

Uma Abordagem Hierárquica Dinâmica para Análise de Rentabilidade em Carteiras de Investimento

Eduardo Pinheiro, Matheus Alves, Áurea Fonseca

Introdução

A gestão de múltiplos portfólios de investimentos exige uma abordagem que reconheça tanto as particularidades de cada carteira quanto às influências comuns do ambiente econômico.

Em vez de analisar cada uma isoladamente, adotamos um **modelo dinâmico hierárquico** que integra essas duas dimensões: cada carteira mantém sua identidade e sensibilidade própria aos fatores de mercado, ao mesmo tempo em que **compartilha informações** estruturais com as demais, aumentando consistência das estimativas e melhorando a capacidade de adaptação a mudanças ao longo do tempo.

Modelo Dinâmico Hierárquico

A modelagem é estruturada em dois níveis complementares.

- ❖ **No primeiro nível**, a rentabilidade de cada carteira p pertencente ao segmento s no instante t é modelada individualmente.

$$\log(1 + \text{rentabilidade}_{s,p,t}) = \alpha_{s,p,t} + \sum_{k=1}^K \beta_{k,s,p,t} \log(X_{k,t}) + \text{erro}_{s,p,t}$$

- $\alpha_{s,p,t}$: Rentabilidade própria da carteira, independente de fatores externos, para o segmento s no tempo t ;
- $X_{k,t}$: Indicadores externos que explicam a rentabilidade;
- $\beta_{k,s,p,t}$: Mede o quanto a carteira é afetada pelo fator $X_{k,t}$.
- ❖ **No segundo nível**, introduzimos uma estrutura hierárquica que conecta as carteiras por meio de componentes comuns relacionados aos segmentos, possibilitando o compartilhamento de informação.

$$\beta_{k,s,p,t} = \bar{\beta}_{k,s,t} + \text{erro}_{k,s,p,t}, \text{ com } \bar{\beta}_{k,s,t} = \bar{\beta}_{k,s,t-1} + \text{erro}_{k,s,t}$$

$$\alpha_{s,p,t} = \bar{\alpha}_{s,t} + \text{erro}_{s,p,t}, \text{ com } \bar{\alpha}_{s,t} = \bar{\alpha}_{s,t-1} + \text{erro}_{s,t}$$

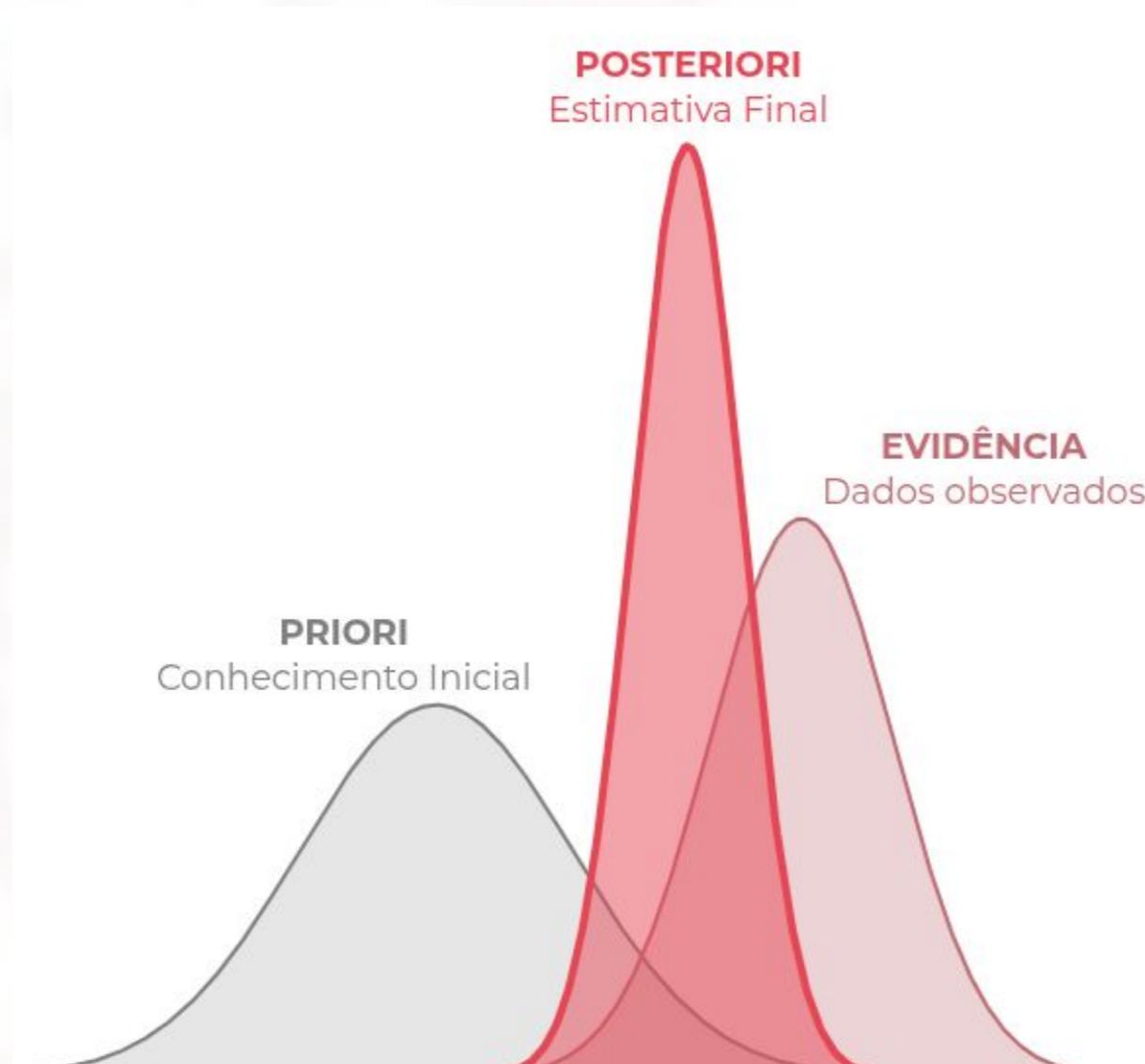
- $\bar{\beta}_{k,s,t}$: Efeito médio da variável X_k ao longo do tempo no segmento s compartilhado entre as carteiras;
- $\bar{\alpha}_{s,t}$: Representa o patamar comum de retorno entre carteiras no segmento s .
- ❖ Os erros de observação e as inovações temporais seguem distribuições normais, o nível de ruído da observação é estimado individualmente por carteira para capturar **volatilidades específicas**.

Vantagens

- ❖ **Decomposição de Retorno**: O modelo separa com clareza o que é retorno comum ao mercado do que é mérito específico de cada carteira;
- ❖ **Diagnóstico Relativo**: Facilita o diagnóstico de performance ao contrastar os desvios individuais contra a média dinâmica do grupo;
- ❖ **Estabilidade Estatística**: A modelagem conjunta reduz variações atípicas nas carteiras, produzindo estimativas mais estáveis via compartilhamento de informação;
- ❖ **Adaptação Dinâmica**: Ajusta-se dinamicamente a mudanças de regime e períodos de alta volatilidade, capturando a variação contínua dos parâmetros.

Estimação Bayesiana

- ❖ A Inferência Bayesiana combina **conhecimento prévio** e dados observados para gerar uma **distribuição completa** de cada parâmetro, garantindo a captura integral das **incertezas**;
- ❖ O processo de estimação dos parâmetros foi feito via algoritmos MCMC, especificamente o NUTS através do software STAN para contornar a **ausência de soluções analíticas**.



Resultados

Para ilustrar o uso da técnica proposta, considere uma análise envolvendo 400 carteiras com investimentos distribuídos em 7 segmentos. Foi ajustado um modelo dinâmico hierárquico com **selic real, índice Ibovespa e dólar**, todos em variações percentuais, como variáveis explicativas do modelo.

A partir de **expectativas de mercado**, como boletim focus, é possível construir cenários futuros para as rentabilidades de cada segmento.

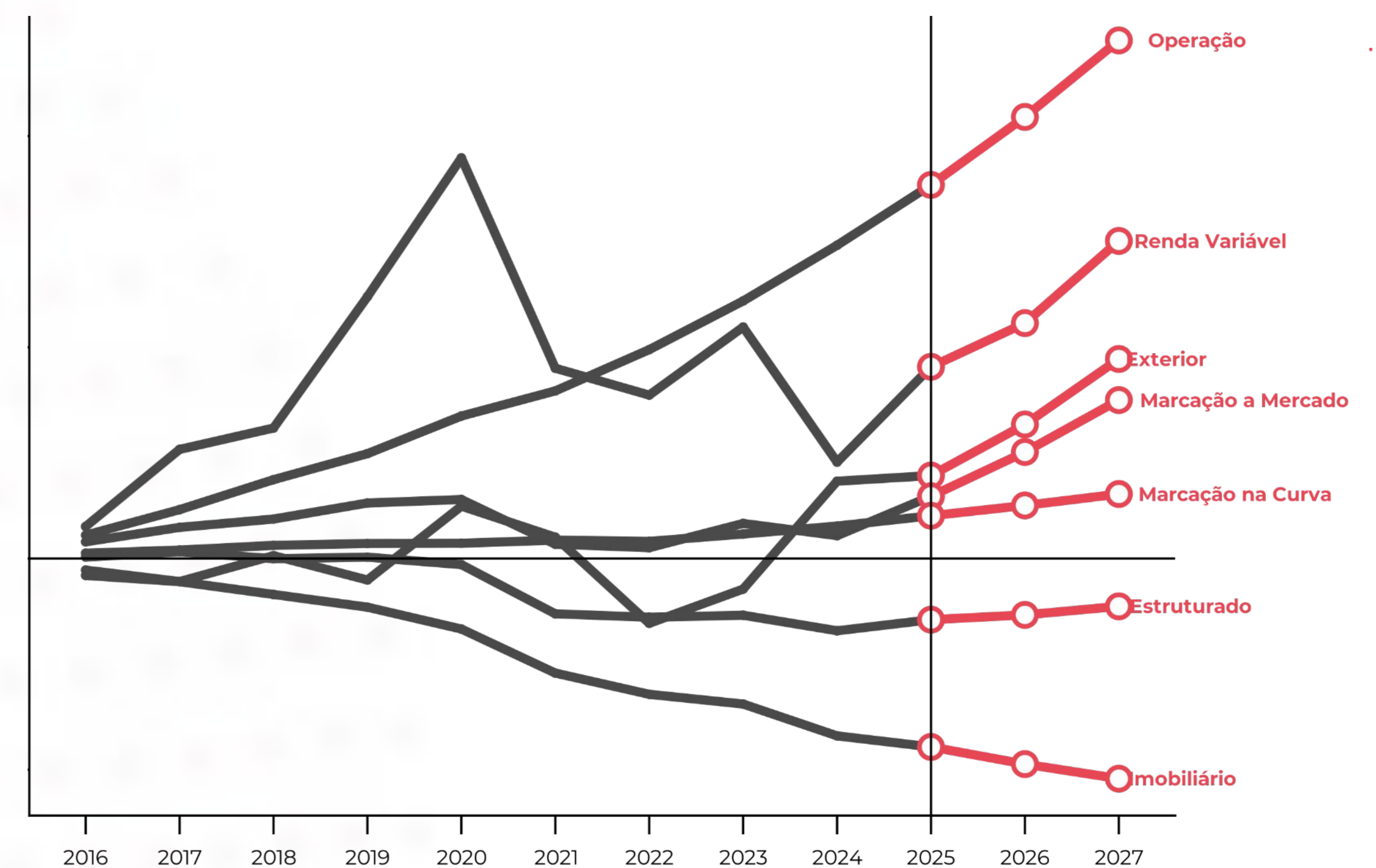


Figura 1: Projeção de rentabilidades por segmento de 2025 a 2027, com dados observados até 2024.

O diferencial está na **decomposição de efeitos** sistêmicos e individuais.

Por exemplo, para o segmento de **renda variável**, percebe-se que as rentabilidades têm uma tendência de crescimento até o momento da **pandemia**. A queda em 2021 ocorre, em média, para todas as carteiras, mas algumas foram mais afetadas que outras.

O mesmo vale para o parâmetro de **regressão**. A relação entre as rentabilidades e variações do índice Ibovespa, é claro, é forte. Ficando ainda mais significativa após a pandemia. Novamente, **algumas carteiras são mais elásticas à variações deste índice**.

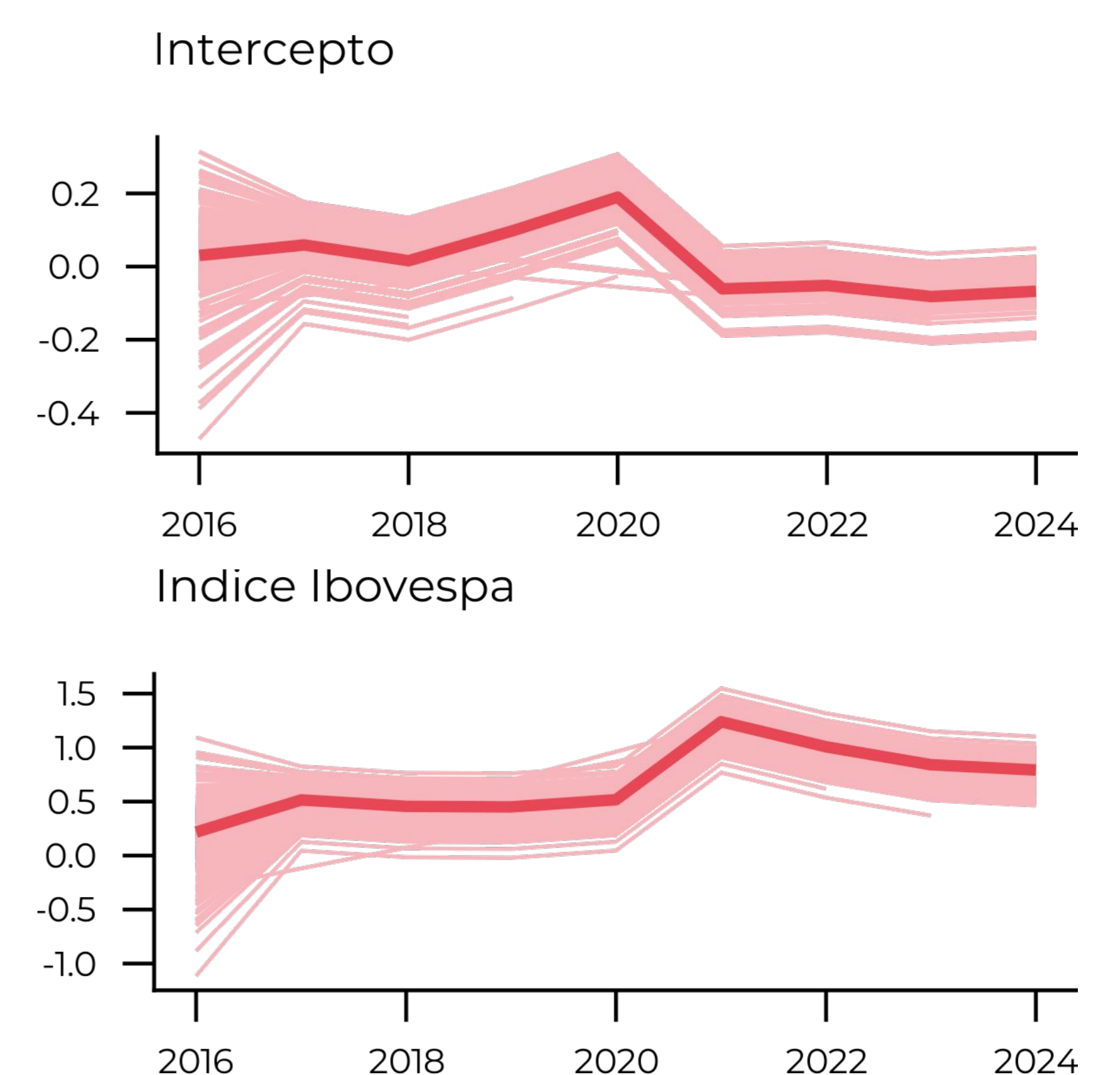


Figura 2: Parâmetros estimados (interceptos e regressão) para o segmento de **renda variável**. Linha vermelha é o comportamento médio; as rosas são os desvios de cada carteira.

Conclusão

O Modelo Dinâmico Hierárquico se mostrou uma abordagem robusta para análise de múltiplos portfólios, aumentando a estabilidade e consistência das estimativas. Sua vantagem principal é decompor o retorno em componentes sistêmicos e individuais, essencial para diagnóstico.

Vale lembrar que esta metodologia não tem uso exclusivo para análise de séries de rentabilidades, mas pode ser aplicada em qualquer cenário em que se queira estudar múltiplas séries temporais com variáveis explicativas.

Bibliografia

- West, M., & Harrison, J. (1997). Bayesian forecasting and dynamic models (2nd ed.). Springer.
- Stan Development Team. (2025). Stan modeling language users guide and reference manual (Version 2.36).